

Дидактический материал по математике
Переводной экзамен
по математике в 7 классе

Составитель:

Учитель О.В. Арчакова

Данный дидактический материал предназначен для проведения переводного экзамена по математике в 7 классе. Может быть использован к учебникам:

1. Алгебра: 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций/ А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонский, М.С.Якир, - 2-е изд., дораб, -М.: Вентана-Граф, 2020 г.

2. Геометрия: 7 – 9 классы: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / Л.С.Атанасяна, В.Ф.Бутузов, Ю.А.Глазков, И.И.Юдина. - М.: Просвещение, 2020 г.

Дидактический материал в себя включает 5 вариантов переводной работы разной трудности, составленных в виде теста, содержание которых полностью соответствует изученным темам.

1 – 2 вариант: для менее подготовленных учащихся (база);

3 – 4 варианты: для учеников успевающих на «4»;

5 вариант для более подготовленных учащихся.

Экзаменационная работа состоит из трех частей. *Часть 1* включает в себя задания с выбором ответа, *Часть 2* – краткий ответ, *Часть 3* – полное развернутое решение.

Время выполнения – один урок.

Данная работа была проведена 2-х параллельных 7 классах.

При составлении дидактического материала использовалась следующая учебно-методическая литература:

1. Алгебра: дидактические материалы: 7 класс: пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонский, М.С.Якир, - 2-е изд., дораб, - М.: Вентана-Граф, 2020 г.

2. Контрольно-измерительные материалы. Геометрия. 7 класс / Сост. Н.Ф.Гаврилова, - 2-е изд., перераб, - М.: ВАКО, 2015 г.

3. Тесты по геометрии: 7 класс: к учебнику Л.С.Атанасяна и др. «Геометрия. 7 – 9». ФГОС (к новому учебнику) / А.В.Фарков.- М.: издательство «Экзамен», 2021 г.

4. Математика (Алгебра. Геометрия). 7 класс: Итоговые контрольные работы / А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонский, М.С.Якир. – Харьков:Изд-во «Ранок», 2011

Материал может использоваться для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ. Дидактический материал соответствует федеральным государственным образовательным стандартам.

Вариант 1

Часть 1. В заданиях 1 – 7 отметьте один правильный ответ

1. Вычислите: $\frac{(5^7)^4 \cdot 5^2}{5^{27}}$ а) 25 б) 125 в) 5 г) 1

2. Какому одночлену равно выражение $-\frac{1}{2}m^4n^3 \cdot 8mn^3$.

а) $-4m^4n^9$ б) $-6m^4n^9$ в) $-4m^5n^6$ г) $-6m^5n^6$

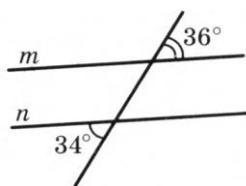
3. Преобразуйте в многочлен выражение $(x - 4y)^2$

а) $x^2 - 8xy + 16y^2$ б) $x^2 - 4xy + 8y^2$ в) $x^2 - 8xy + 8y^2$ г) $x^2 - 4xy + 16y^2$

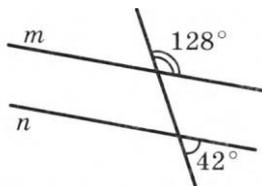
4. Через какую из данных точек проходит график уравнения $3x + 4y = 12$

а) A(5; -1) б) B(0; -3) в) C(2; 2) г) D(-4; 6)

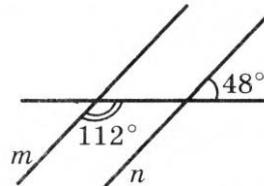
5. На каком рисунке прямые m и n параллельны:



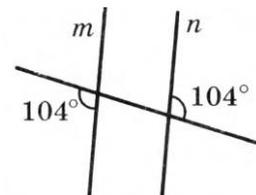
А)



б)



в)



г)

6. Основание равнобедренного треугольника равно 12 см, а периметр равен 30 см. Какова длина его боковой стороны?

а) 9 см б) 18 см в) 6 см г) 12 см

7. В треугольнике ABC известно, что $\angle A > \angle B$, $\angle C = \angle A$. Укажите верное равенство:

а) $BC > AB$ б) $AB > AC$ в) $AC = BC$ г) $AC > AB$

Часть 2. Задания 8 – 12 выполните на черновике и запишите только ответ

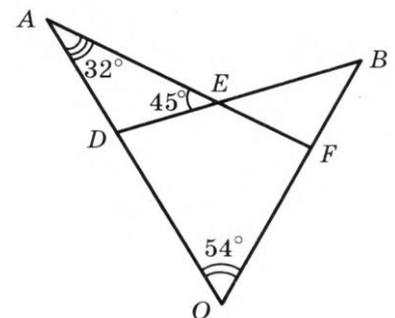
8. Разложите на множители многочлен $7b^3 - 14b^5$.

9. Найдите корень уравнения $(x - 12)(x + 2) - (x - 3)(x + 3) = 5$.

10. Решите уравнение $\begin{cases} 3x - 2y = 11, \\ 7x + 2y = 19 \end{cases}$

11. Один из смежных углов на 28° меньше другого. Какова градусная мера угла большего из этих углов?

12. Какова градусная мера угла B , изображенного на рисунке.



Часть 3. В заданиях 13 – 17 приведите полное решение

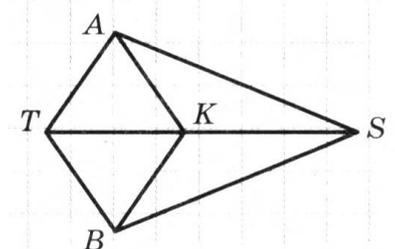
13. Проверьте график функции $y = 4x - 4$. Пользуясь построенным графиком, установите, при каких значениях аргумента функция принимает отрицательные значения.

14. В магазин завезли 5 ящиков яблок и 6 ящиков винограда, общая масса которых составляла 82 кг. Какова масса одного ящика яблок и какова масса одного ящика винограда, если один ящик яблок легче 2 ящиков винограда на 6 кг?

15. Какое наименьшее значение и при каком значении переменной принимает выражение $x^2 + 10x - 30$?

16. Докажите, что в равных треугольниках медианы, проведенные к соответственным сторонам, равны.

17. Докажите равенство отрезков AK и BK , изображенных на рисунке, если $\angle AST = \angle BST$ и $\angle ATS = \angle BTS$.



Вариант 2

Часть 1. В заданиях 1 – 7 отметьте один правильный ответ

1. Вычислите: $\frac{(3^8)^2 \cdot 3^5}{3^{18}}$ а) 1 б) 3 в) 9 г) 27

2. Какому одночлену равно выражение $6a^5b^7 \cdot (-3ab^2)$.

а) $-18a^6b^9$ б) $-18a^5b^{14}$ в) $18a^6b^9$ г) $18a^5b^{14}$

3. Преобразуйте в многочлен выражение $(7a + b)^2$

а) $14a^2 + 14ab + b^2$ б) $14a^2 + 7ab + b^2$

в) $49a^2 + 14ab + b^2$ г) $49a^2 + 7ab + b^2$

4. Через какую из данных точек проходит график уравнения

$6x - y = 19$

а) A(3; 1) б) B(3; -1) в) C(3; 0) г) D(4; 6)

5. Какие из прямых на рисунке параллельны:

а) a и b б) c и d в) b и d г) a и d

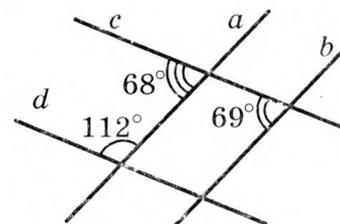
6. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 14 см, а периметр равен 48 см.

Какова длина его основания?

а) 41 см б) 17 см в) 20 см г) 10 см

7. В треугольнике ABC известно, что $\angle B < \angle A$, $\angle C = \angle B$. Укажите верное равенство:

а) $AB = AC$ б) $BC > AC$ в) $AC > AB$ г) $AB > BC$



Часть 2. Задания 8 – 12 выполните на черновике и запишите только ответ

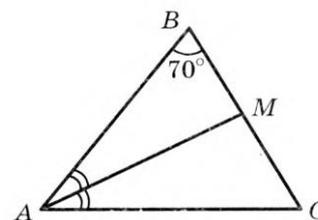
8. Разложите на множители многочлен $16a^2b + 4ab$.

9. Найдите корень уравнения $(x - 18)(x + 5) - (x - 6)(x + 6) = 8$.

10. Решите уравнение $\begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 7x - 3y = 11 \end{cases}$

11. Градусные меры смежных углов относятся как 5:13. Какова градусная мера угла меньшего из этих углов?

12. Отрезок AM – биссектриса треугольника ABC, изображенного на рисунке, $\angle BAC = 50^\circ$. Какова градусная мера угла AMC?



Часть 3. В заданиях 13 – 17 приведите полное решение

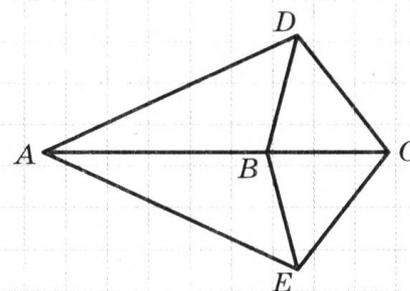
13. Проверьте график функции $y = 3 - x$. Пользуясь построенным графиком, установите, при каких значениях аргумента функция принимает положительные значения.

14. Один сплав содержит 30% меди, а другой – 70% меди. Сколько килограммов каждого сплава надо взять, чтобы получить 100 кг сплава, содержащего 40% меди?

15. Какое наименьшее значение и при каком значении переменной принимает выражение $x^2 + 8x + 14$?

16. Докажите, что в равных треугольниках высоты, проведенные к соответственным сторонам, равны.

17. Докажите равенство углов $\angle CBD$ и $\angle CBE$, изображенных на рисунке, если $AD = AE$ и $CD = CE$.



Вариант 3

Часть 1. В заданиях 1 – 7 отметьте один правильный ответ

1. Вычислите: $\frac{25^4 \cdot 125^{10}}{5^{37}}$ а) 25 б) 125 в) 5 г) 1

2. Какому одночлену равно выражение $-12x^3y^9z^{10} \cdot 1\frac{5}{6}x^7y$.

а) $-22x^{21}y^{63}z$ б) $-22x^{10}y^{10}z^{10}$ в) $-22x^{21}y^{63}z^{10}$ г) $22x^{21}y^{63}z^{10}$

3. Преобразуйте в многочлен выражение $\left(1\frac{2}{3}p + 2\frac{2}{5}q\right)^2$

а) $\frac{25}{9}p^2 + \frac{144}{25}q^2$ б) $2\frac{7}{9}p^2 + 8pq + 5\frac{19}{25}q^2$ в) $2\frac{7}{9}p^2 + 4pq + 5\frac{19}{25}q^2$ г) $2\frac{7}{9}p^2 + 5\frac{19}{25}q^2$

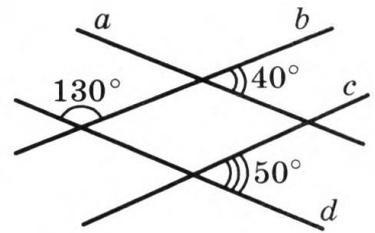
4. Через какую из данных точек проходит график уравнения

$$5x - 2y = 7$$

а) А(-2; -5) б) В(2; 1) в) С(-1; 1) г) D(1; -1)

5. Какие из прямых на рисунке параллельны:

а) a и b б) c и b в) a и c г) a и d



6. Основание равнобедренного треугольника равно на 3 см

больше боковых сторон, а периметр равен 18 см. Какова длина его боковой стороны?

а) 9 см б) 8 см в) 6 см г) 5 см

7. В треугольнике ABC известно, что $\angle A = 42^\circ$, $\angle B = 63^\circ$. Укажите верное равенство:

а) $BC < AC$ б) $AB < AC$ в) $AB < BC$ г) $AC < BC$

Часть 2. Задания 8 – 12 выполните на черновике и запишите только ответ

8. Разложите на множители многочлен $8a^2b^2 - 72a^2c^2$.

9. Найдите корень уравнения $(x + 9)(x - 2) - (x - 5)(x + 5) = -14$.

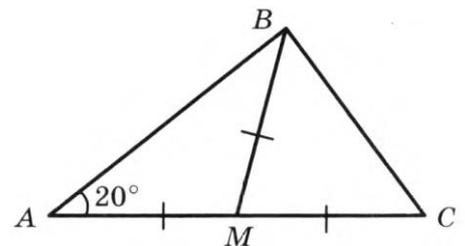
10. Решите уравнение $\begin{cases} 6(x - 3) = 7y - 1, \\ 2(y + 6) = 3x + 2 \end{cases}$

11. Один из смежных углов на 32° больше другого.

Какова градусная мера угла меньшего из этих углов?

12. Какова градусная мера угла C, изображенного на

рисунке, если $AM = BM = CM$.



Часть 3. В заданиях 13 – 17 приведите полное решение

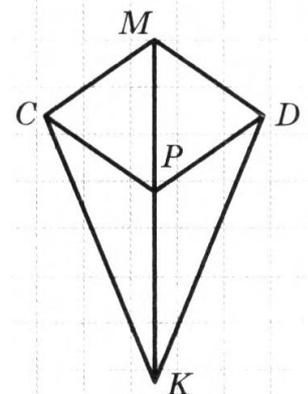
13. Постройте график функции $y = -3x + 3$. Пользуясь построенным графиком, установите, при каких значениях аргумента функция принимает отрицательные значения.

14. За 3 стола и 4 стула заплатили 47000 р. Сколько стоит один стол и сколько стоит один стул, если 2 стула дороже одного стола на 1000 р?

15. Какое наименьшее значение и при каком значении переменной принимает выражение $x^2 - 16x + 80$?

16. На боковых сторонах АВ и ВС равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки D и E такие, что $\angle ACD = \angle CAE$. Докажите, что $AD = CE$.

17. Докажите равенство отрезков CK и DK, изображенных на рисунке, если $CM = DM$ и $CP = DP$.



Вариант 4

Часть 1. В заданиях 1 – 7 отметьте один правильный ответ

1. Вычислите: $\frac{9^3 \cdot 81^2}{3^{12}}$ а) 6 б) 18 в) 9 г) 81

2. Какому одночлену равно выражение $-14 a^7 b^3 c^{11} \cdot 2 \frac{3}{7} b c^4$.

а) $-34 a^7 b^3 c^{44}$ б) $-28 \frac{2}{3} a^7 b^4 c^{15}$ в) $-34 a^7 b^4 c^{15}$ г) $34 a^7 b^4 c^{15}$

3. Преобразуйте в многочлен выражение $\left(1 \frac{1}{3} m + 3 \frac{3}{5} n\right)^2$

а) $1 \frac{7}{9} m^2 + 12 \frac{24}{25} m^2$ б) $1 \frac{7}{9} m^2 + 9 \frac{3}{5} mn + 12 \frac{24}{25} m^2$

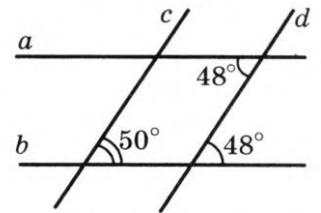
в) $1 \frac{7}{9} m^2 + 4 \frac{4}{5} mn + 12 \frac{24}{25} m^2$ г) $1 \frac{7}{9} m^2 - 4 \frac{4}{5} mn + 12 \frac{24}{25} m^2$

4. Через какую из данных точек проходит график уравнения $3x + 2y = 6$

а) A(-1; 4) б) B(4; -3) в) C(2; 3) г) D(0; 2)

5. Какие из прямых на рисунке параллельны:

А) a и b б) c и b в) b и c г) a и d



6. Основание равнобедренного треугольника равно на 2 см больше боковых сторон, а периметр равен 50 см. Какова длина его боковой стороны?

а) 9 см б) 48 см в) 16 см г) 18 см

7. В треугольнике ABC известно, что $AB > AC$, $AB = BC$. Укажите верное равенство:

а) $\angle B > \angle A$ б) $\angle C > \angle B$ в) $\angle B > \angle C$ г) $\angle A > \angle B$

Часть 2. Задания 8 – 12 выполните на черновике и запишите только ответ

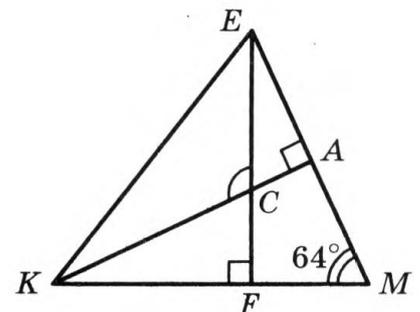
8. Разложите на множители многочлен $5x^2y^2 - 45x^4y^4$.

9. Найдите корень уравнения $(x - 9)(x - 3) - (x - 8)(x + 8) = -5$.

10. Решите уравнение $\begin{cases} 4(m + 2) = 1 - 5m, \\ 3(n + 2) = 5 - 2m \end{cases}$

11. Градусные меры смежных углов относятся как 2 : 3. Какова градусная мера большего из этих углов?

12. Отрезки KA и EF – высоты треугольника KEM, изображенного на рисунке. Какова градусная мера угла ECK?



Часть 3. В заданиях 13 – 17 приведите полное решение

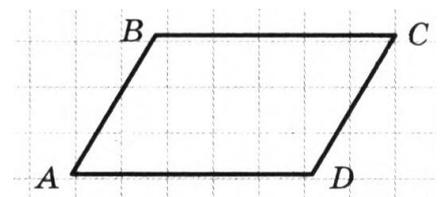
13. Постройте график функции $y = 2x + 4$. Пользуясь построенным графиком, установите, при каких значениях аргумента функция принимает положительные значения.

14. В поход отправились 48 туристов на 10 лодках, среди которых четырехместные и шестиместные. Все места на лодках заняты. Сколько было лодок каждого вида?

15. Какое наименьшее значение и при каком значении переменной принимает выражение $x^2 + 4x + 20$?

16. На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки M и K такие, что $\angle BAK = \angle BCM$. Докажите, что $BM = BK$.

17. Докажите равенство отрезков BC и AD, изображенных на рисунке, равны, если $BC \parallel AD$ и $AB \parallel CD$.



Вариант 5

Часть 1. В заданиях 1 – 7 отметьте один правильный ответ

1. Вычислите: $\frac{28^6}{7^5 \cdot 4^5}$ а) 7 б) 28 в) 4 г) 1
2. Какому одночлену равно выражение $-1 \frac{3}{5} m^4 p^3 \left(-\frac{1}{2} m^3 p^6 \right)^3$.
- а) $\frac{1}{5} m^{10} p^{12}$ б) $-\frac{1}{5} m^{10} p^{12}$ в) $-\frac{1}{5} m^{13} p^{21}$ г) $\frac{1}{5} m^{13} p^{21}$
3. Преобразуйте в многочлен выражение $\left(2 \frac{1}{4} a + 1 \frac{2}{3} b \right)^2$
- а) $5 \frac{1}{16} a^2 + 3 \frac{3}{4} ab + 2 \frac{7}{9} b^2$ б) $5 \frac{1}{16} a^2 + 7 \frac{1}{2} ab + 2 \frac{7}{9} b^2$
- в) $\frac{81}{16} a^2 - 7 \frac{1}{2} ab + \frac{25}{9} b^2$ г) $5 \frac{1}{16} a^2 - 3 \frac{3}{4} ab + 2 \frac{7}{9} b^2$

4. Через какую из данных точек проходит график уравнения $3x - 7y = 10$

а) A(9; 1) б) B(-3; -2) в) C(1; -1) г) D(0; 2)

5. Найдите градусную меру угла 1, изображенного на рисунке:

а) 40° б) 10° в) 20° г) 30°

6. Боковая сторона равнобедренного треугольника равно в 2,5 больше основания, а периметр равен 36 см. Какова длина его боковой стороны?

а) 12 см б) 30 см в) 15 см г) 6 см

7. В треугольнике CDE известно, что $\angle C = 45^\circ$, $\angle E = 75^\circ$. Укажите верное равенство:

а) $DE > CD$ б) $CE > CD$ в) $CE > DE$ г) $DE > CE$

Часть 2. Задания 8 – 12 выполните на черновике и запишите только ответ

8. Разложите на множители многочлен $20 a^3 bc - 28 ac^2 + 15 a^2 b^2 - 21 bc$.

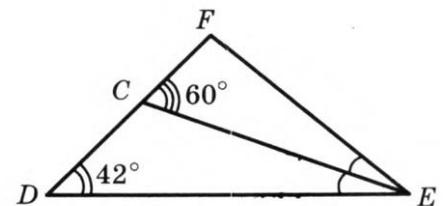
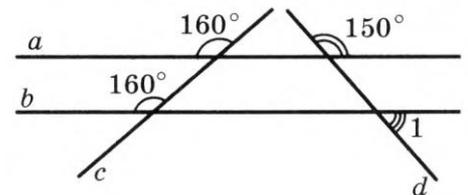
9. Найдите корень уравнения $3x(1 + 12x) - (6x - 1)(6x + 1) = 2,5x$.

10. Решите уравнение $\begin{cases} 3(2a - 5) + 4(7 - 3b) = 7, \\ 2(4 + b) - 7(1 + 8a) = -53 \end{cases}$

11. Градусные меры смежных углов относятся как 7 : 11.

Какова градусная мера меньшего из этих углов?

12. Отрезки EC – биссектриса треугольника DEF, изображенного на рисунке. Какова градусная мера угла DEF?



Часть 3. В заданиях 13 – 17 приведите полное решение

13. Постройте график функции $y = -2x + 2$. Пользуясь построенным графиком, установите, при каких значениях аргумента функция принимает отрицательные значения.

14. Сколько килограмм 20-процентного и сколько килограмм 50-процентного сплавов меди нужно взять, чтобы получить 30 кг 30-процентного сплава?

15. Какое наименьшее значение и при каком значении переменной принимает выражение $x^2 - 6x + 15$?

16. На основании AC равнобедренного треугольника ABC отметили точки M и K такие, что $AM = CK$, точка M лежит между точками A и K. Докажите, что $\angle ABM = \angle CBK$.

17. Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника пересекает боковую сторону под углом, равным углу при основании. Найдите угол при основании.

Критерии оценивания

№ части	Кол-во баллов	Оценка	Кол-во баллов
Часть 1	1 балл	«5»	24 – 37 баллов
Часть 2	2 балла	«4»	15 – 23 баллов
Часть 3	4 балла	«3»	8 – 14 баллов
<i>Всего – 37 баллов</i>		«2»	0 – 7 баллов

Ответы

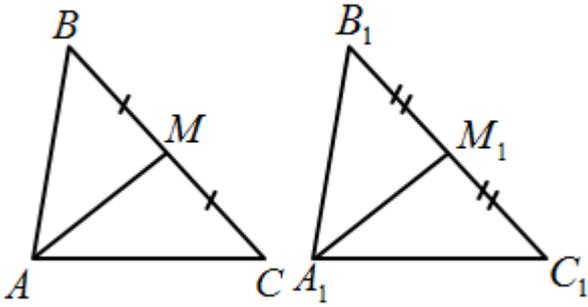
	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант	5 вариант
1	Б	Г	В	В	Б
2	В	А	Б	В	Г
3	А	В	Б	Б	Б
4	Б	Б	Г	Б	В
5	Г	Б	Б	А	Г
6	А	В	Г	В	В
7	Б	А, Б	А	Б, Г	В
8	$7b^2(1 - b^3)$	$4ab(4a + 1)$	$7a^2(b - 3c)(b + 3c)$	$5x^2y^2(1 - 3xy)(1 + 3xy)$	$(4ac + 3b)(5a^2b - 7c)$
9	$x = -2$	$x = -4\frac{10}{13}$	$x = -3$	$x = 8$	$x = -2$
10	$x = 3, y = -1$	$x = 2, y = 1$	$x = 4, y = 1$	$m = -2\frac{3}{7}, n = 1\frac{2}{7}$	$a = 1, b = 1$
11	104^0	50^0	74^0	108^0	70^0
12	49^0	95^0	70^0	116^0	36^0
13	При $x < 1$	При $x < 2$	При $x > 1$	При $x > -2$	При $x < 1$
14	8 кг масса 1 ящика яблок 7 кг масса 1 ящика винограда	75 кг – 1-й сплав 25 кг – 2-й сплав	9000 р – стол 5000 р. – стул	6 л – 4-хместных 4 л – 6-тиместных	20 кг – 20% сплав 10 кг – 50% сплав
15	При $x = -5$ н.з. = -55	При $x = -4$ н.з. = -2	При $x = 8$ н.з.=16	При $x = -2$ н.з. = 16	При $x = 3$ н.з. = 6

№ 16

Вариант 1

Дано: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, AM – медиана $\triangle ABC$,
 A_1M_1 – медиана $\triangle A_1B_1C_1$.

Доказать: $AM = A_1M_1$.



Доказательство:

Т.к. по условию $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, то по свойству равных треугольников, равны все их элементы: $AB = A_1B_1$, $\angle B = \angle B_1$, $BC = B_1C_1$. Из последнего равенства ($BC = B_1C_1$) и из условия, что AM – медиана (т.е. $BM = MC$) и A_1M_1 – медиана (т.е. $B_1M_1 = M_1C_1$), следует $BM = B_1M_1$.

Рассмотрим $\triangle ABM$ и $\triangle A_1B_1M_1$:

- | | | |
|--|---|---|
| 1. $\angle B = \angle B_1$ (по доказанном у) | } | $\triangle ABM = \triangle A_1B_1M_1$ по двум сторонам и углу между ними. |
| 2. $AB = A_1B_1$ (по доказанном у) | | |
| 3. $BM = B_1M_1$ (по доказанном у) | | |

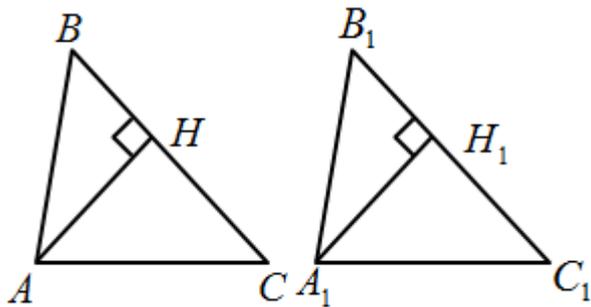
Из равенства этих треугольников следует по свойству равных элементов $AM = A_1M_1$. ЧТД

Вариант 2

№ 16

Дано: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, AH – высота $\triangle ABC$,
 A_1H_1 – высота $\triangle A_1B_1C_1$.

Доказать: $AH = A_1H_1$.



Доказательство:

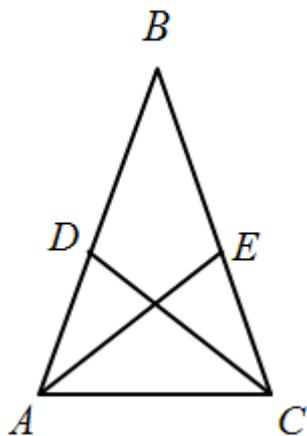
Т.к. по условию $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, то по свойству равных треугольников, равны все их элементы: $AB = A_1B_1$, $\angle B = \angle B_1$. По условию, AH – высота $\triangle ABC$ ($\triangle ABH$ – прямоугольный), A_1H_1 – высота $\triangle A_1B_1C_1$ ($\triangle A_1B_1H_1$ – прямоугольный).

Рассмотрим $\triangle ABH$ и $\triangle A_1B_1H_1$:

- | | | |
|--|---|---|
| 1. $\angle B = \angle B_1$ (по доказанном у) | } | $\triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1$ по гипотенузе и прилежащему к ней острому углу. |
| 2. $AB = A_1B_1$ (по доказанном у) | | |

Из равенства этих треугольников следует по свойству равных элементов $AH = A_1H_1$. ЧТД

Вариант 3



Дано: $\triangle ABC$ - равнобедренный,
 AB, BC - боковые стороны $\triangle ABC$,
 $D \in AB, E \in BC, \angle ACD = \angle CAE$.

Доказать: $AD = CE$.

Доказательство:

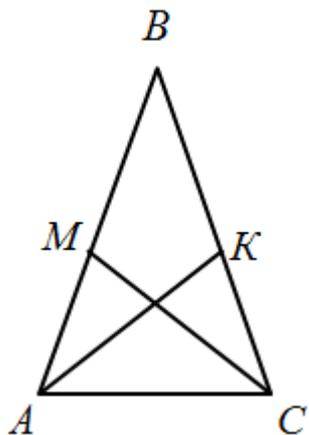
Т.к. по условию $\triangle ABC$ - равнобедренный, то по свойству равнобедренного треугольника, углы при основании равны, т.е. $\angle BAC = \angle BCA$.

Рассмотрим $\triangle ADC$ И $\triangle AEC$:

$$\left. \begin{array}{l} 1. \angle BAC = \angle BCA \text{ (по доказанном у)} \\ 2. AC - \text{общая} \\ 3. \angle ACD = \angle CAE \text{ (по условию)} \end{array} \right\} \triangle ADC = \triangle AEC \text{ по стороне и двум прилежащим к ней углам.}$$

Из равенства этих треугольников следует по свойству равных элементов $AD = CE$. ЧТД

Вариант 4



Дано: $\triangle ABC$ - равнобедренный,
 AB, BC - боковые стороны $\triangle ABC$,
 $M \in AB, K \in BC, \angle BAK = \angle BCM$.

Доказать: $BM = CK$.

Доказательство:

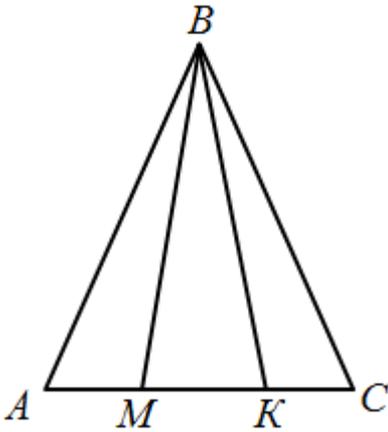
Т.к. по условию $\triangle ABC$ - равнобедренный, то по определению равнобедренного треугольника, боковые стороны равны, т.е. $AB = BC$.

Рассмотрим $\triangle ABK$ И $\triangle CMB$:

$$\left. \begin{array}{l} 1. AB = BC \text{ (по доказанном у)} \\ 2. \angle B - \text{общий} \\ 3. \angle BAK = \angle BCM \text{ (по условию)} \end{array} \right\} \triangle ABK = \triangle CMB \text{ по стороне и двум прилежащим к ней углам.}$$

Из равенства этих треугольников следует по свойству равных элементов $BM = CK$. ЧТД

Вариант 5



Дано: $\triangle ABC$ - равнобедренный,
 AB, BC - боковые стороны $\triangle ABC$,
 $M, K \in AC$, $AM = KC$.
Доказать: $\angle ABM = \angle CBK$.

Доказательство:

Т.к. по условию $\triangle ABC$ - равнобедренный, то по определению равнобедренного треугольника, боковые стороны равны, т.е. $AB = BC$ и по свойству равнобедренного треугольника углы при основании равны, т.е. $\angle A = \angle C$.

Рассмотрим $\triangle ABM$ и $\triangle KBC$:

1. $AB = BC$ (по доказанному)
 2. $\angle A = \angle C$ (по доказанному)
 3. $AM = KC$ (по условию)
- $\triangle ABM = \triangle KBC$ по двум сторонам и углу между ними.

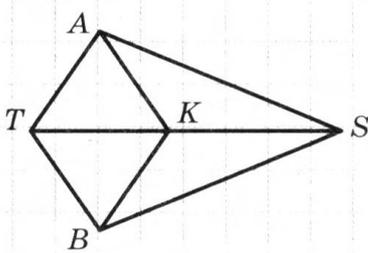
Из равенства этих треугольников следует по свойству равных элементов $\angle ABM = \angle CBK$.
ЧТД

№ 17

Вариант 1

Дано: $\angle AST = \angle BST$, $\angle ATS = \angle BTS$

Доказать: $AK = BK$.



Доказательство:

Рассмотрим $\triangle ATS$ и $\triangle BTS$:

1. $\angle AST = \angle BST$ (по условию)
 2. TS - общая
 3. $\angle ATS = \angle BTS$ (по условию)
- $\triangle ATS = \triangle BTS$ по трем сторонам.

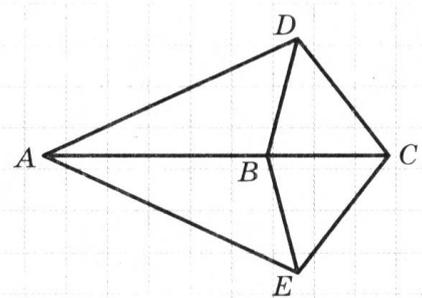
Из равенства этих треугольников следует по свойству равных элементов $\angle ATK = \angle BTK$ и $AT = BT$.

Рассмотрим $\triangle ATK$ и $\triangle BTK$:

1. $\angle ATK = \angle BTK$ (по доказанному)
 2. TK - общая
 3. $AT = BT$ (по доказанному)
- $\triangle ATK = \triangle BTK$ по двум сторонам и углу между ними.

Из равенства $\triangle ATK$ и $\triangle BTK$ следует по свойству равных элементов $AK = BK$.
ЧТД

Вариант 2



Дано: $AD = AE$, $CD = CE$

Доказать: $\angle CBD = \angle CBE$.

Доказательство:

Рассмотрим $\triangle ADC$ и $\triangle AEC$:

- | | |
|----------------------------|---|
| 1. $AD = AE$ (по условию) | } $\triangle ADC = \triangle AEC$ по трем сторонам. |
| 2. AC – общая | |
| 3. $CD = CE$ (по условию) | |

Из равенства этих треугольников следует по свойству равных элементов $\angle DCB = \angle ECB$.

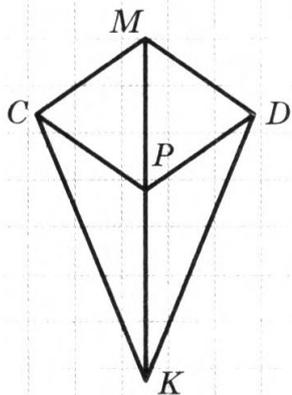
Рассмотрим $\triangle DBC$ и $\triangle BEC$:

- | | |
|--|---|
| 1. $\angle DCB = \angle ECB$ (по доказанном у) | } $\triangle DBC = \triangle BCE$ по двум сторонам и углу между ними. |
| 2. BC – общая | |
| 3. $CD = CE$ (по условию) | |

Из равенства $\triangle DBC$ и $\triangle BEC$ следует по свойству равных элементов $\angle CBD = \angle CBE$.

ЧТД

Вариант 3



Дано: $CM = DM$, $CP = DP$

Доказать: $CK = DK$.

Доказательство:

Рассмотрим $\triangle CMP$ и $\triangle MPD$:

- | | |
|----------------------------|---|
| 1. $CM = DM$ (по условию) | } $\triangle CMP = \triangle MPD$ по трем сторонам. |
| 2. MP – общая | |
| 3. $CP = PD$ (по условию) | |

Из равенства этих треугольников следует по свойству равных элементов $\angle CMK = \angle DMK$.

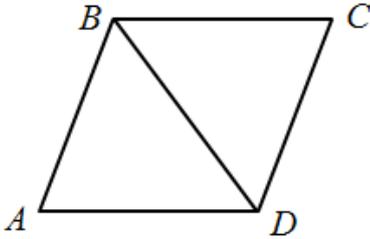
Рассмотрим $\triangle CMK$ и $\triangle KMD$:

- | | |
|--|---|
| 1. $\angle CMK = \angle DMK$ (по доказанном у) | } $\triangle CMK = \triangle MKD$ по двум сторонам и углу между ними. |
| 2. MK – общая | |
| 3. $CM = MD$ (по условию) | |

Из равенства $\triangle CMK$ и $\triangle KMD$ следует по свойству равных элементов $CK = DK$.

ЧТД

Вариант 4



Дано: $BC \parallel AD$, $AB \parallel CD$

Доказать: $BC = AD$.

Доказательство:

Дополнительное построение: проведем отрезок BD как показано на рисунке.

По условию $BC \parallel AD$ и $\angle CBD$ и $\angle BDA$ - накрестлежащие, образованные при пересечении прямых BC и AD секущей BD , тогда по свойству параллельных прямых (про накрестлежащие углы) $\angle CBD = \angle BDA$.

По условию $AB \parallel CD$ и $\angle ABD$ и $\angle BDC$ - накрестлежащие, образованные при пересечении прямых AB и CD секущей BD , тогда по свойству параллельных прямых (про накрестлежащие углы) $\angle ABD = \angle BDC$.

Рассмотрим $\triangle ABD$ и $\triangle BDC$:

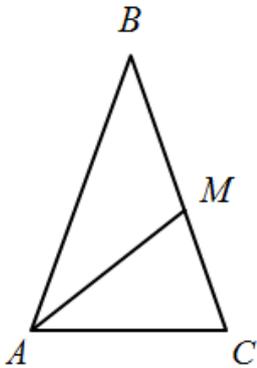
$$\left. \begin{array}{l} 1. \angle CBD = \angle BDA \text{ (по доказанном } y) \\ 2. BD - \text{общая} \\ 3. \angle ABD = \angle BDC \text{ (по доказанном } y) \end{array} \right\} \triangle ABD = \triangle BDC \text{ по стороне и двум прилежащим к ней}$$

углам.

Из равенства этих треугольников следует по свойству равных элементов $BC = AD$.

ЧТД

Вариант 5



Дано: $\triangle ABC$ - равнобедренный,

AB, BC - боковые стороны $\triangle ABC$

AM - биссектриса $\triangle ABC$.

1) $\angle AMB = \angle C = \angle BAC$

2) $\angle AMC = \angle C = \angle BAC$

Найти: $\angle C = \angle BAC$.

Решение:

Обозначим $x = \angle MAB = \angle MAC$, тогда $\angle BAC = 2x$ (т.к. AM - биссектриса) и $\angle C = 2x$ (т.к. $\triangle ABC$ - равнобедренный и по свойству равнобедренного треугольника углы при основании равны).

1) Если по условию $\angle AMB = \angle C = \angle BAC$, то $\angle AMB = 2x$, а $\angle AMC = 180^\circ - 2x$

По теореме о сумме углов в треугольнике, получаем:

$$\angle AMC + \angle C + \angle MAC = 180^\circ$$

$$180^\circ - 2x + 2x + x = 180^\circ$$

$x = 0^\circ$, т.е. $x = \angle MAB = \angle MAC = 0^\circ$. А такого быть в треугольнике не может. Значит такого случая не существует.

2) Если по условию $\angle AMC = \angle C = \angle BAC$, то $\angle AMC = 2x$.

По теореме о сумме углов в треугольнике, получаем:

$$\angle AMC + \angle C + \angle MAC = 180^\circ$$

$$2x + 2x + x = 180^\circ$$

$$5x = 180^\circ$$

$$x = 36^\circ, \text{ т.е. } x = \angle MAB = \angle MAC = 36^\circ. \text{ Тогда } \angle C = \angle BAC = 2 \cdot 36 = 72^\circ.$$

Ответ: $\angle C = \angle BAC = 72^\circ$