

Дидактический материал по математике

**Контрольные работы по алгебре и началам
анализа для 10 класса
(профильный уровень)**

Составитель:

Учитель **О.В. Арчакова**

Данный дидактический материал может быть использован к учебнику Алгебра и начала анализа: 10 класс: автор - Ш.А.Алимов.

Дидактический материал в себя включает 6 диагностических контрольных работ, содержание которых полностью соответствует изученным темам. Каждая контрольная работа представлена в 2 параллельных вариантах равной трудности (профильный уровень). Время выполнения – один урок.

В дидактическом материале, который входит в УМК данного учебника, представлены варианты базового уровня. Этот материал позволит проверить знания учеников, которые планирую сдавать ЕГЭ по математике на профильном уровне.

Контрольные работы были опробованы в десятом классе.

При составлении дидактического материала использовалась следующая учебно-методическая литература:

1. Математика: алгебра и начала математического анализа: 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / Ш.А.Алимов, - 7-е изд., дораб, - М.: Просвещение, 2020 г.
2. Математика: алгебра и начала математического анализа: дидактические материалы: базовый и углубл. уровни / М.А.Шубин, М.: Просвещение, 2020 г.
3. Математика: алгебра и начала математического анализа: тематические тесты: базовый и углубл. уровни / М.В.Ткачев, М.: Просвещение, 2020 г.

Контрольная работа №1

«Степень с действительным показателем»

Вариант 1

1. Вычислить: 1) $\frac{\sqrt[3]{6 \cdot 6^5}}{24^0 \cdot 36^2 \cdot 6^{-\frac{1}{3}}}$; 2) $\left(\sqrt[3]{7\sqrt{2401}}\right)^2$
2. Решите уравнение $6^{2x} = \sqrt[3]{36}$.
3. Выполнить действия ($a > 0, b > 0$):
1) $a^{4+\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{5}-1}}\right)^{\sqrt{5}+1}$; 2) $\frac{\sqrt[4]{256ab} - \sqrt[4]{81b}}{\sqrt[4]{b}} - 4\sqrt[4]{a}$.
4. Сравните числа: 1) $\left(\frac{7}{9}\right)^{\frac{1}{5}}$ и $\left(\frac{7}{9}\right)^{\frac{2}{5}}$; 2) $(7,6)^{\sqrt{14}}$ и $\left(7\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{14}}$.
5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь $0,5(9)$ в виде обыкновенной.
6. Упростить выражение $\frac{a-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} - \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}} - \frac{1-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}}$ при $a > 0$.

Вариант 2

1. Вычислить: 1) $\frac{\sqrt[3]{7 \cdot 7^5}}{35^0 \cdot 49^2 \cdot 7^{-\frac{1}{3}}}$; 2) $\left(\sqrt[3]{8\sqrt{4096}}\right)^2$
2. Известно, что $12^x = 3$. Найдите 12^{2x-1} .
3. Выполнить действия ($a > 0, b > 0$):
2) $a^{14+\sqrt{15}} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{15}-1}}\right)^{\sqrt{15}+1}$; 2) $\frac{\sqrt[6]{64ab} - \sqrt[6]{729b}}{\sqrt[6]{b}} - 2\sqrt[6]{a}$.
4. Сравните числа: 1) $\left(\frac{5}{9}\right)^{\frac{4}{7}}$ и $\left(\frac{5}{9}\right)^{\frac{3}{7}}$; 2) $(4,6)^{\sqrt{13}}$ и $\left(4\frac{4}{7}\right)^{\sqrt{13}}$.
5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь $0,6(4)$ в виде обыкновенной.
6. Упростить выражение $\left(\frac{2a+b^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}}{3a}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{3}{2}}}{a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$.

Контрольная работа №2

«Степенная функция»

Вариант 1

1. Найдите область определения функции $y = (x^2 - 36)^{-\frac{1}{4}}$
2. Изобразите эскиз графика функции $y = x^{-10}$
 - 1) Выяснить, на каких промежутках функция возрастает.
 - 2) Сравнить числа
 $(5,2)^{-10}$ и 1 ; $\left(\frac{1}{5}\right)^{-10}$ и $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-10}$
3. Решить уравнения:
 - 1) $\sqrt{26 - x} = 16$; 2) $\sqrt{6x + 7} = \sqrt{35 - x}$;
 - 3) $\sqrt{x + 16} = x - 4$
 - 4) $\sqrt{2x - 4} - \sqrt{x + 5} = 1$
4. Найдите функцию, обратную к функции $y = (x - 12)^{-1}$
Указать её область определения и множество значений.
5. Решить неравенство $\sqrt{x^2 + x - 12} > 6 - x$.

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt[8]{49 - x^2}$
2. Изобразите эскиз графика функции $y = x^{-3}$
 - 1) Выяснить, на каких промежутках функция убывает
 - 2) Сравнить числа
 $\left(\frac{1}{11}\right)^{-3}$ и 1 ; $(6,3)^{-3}$ и $(6\sqrt{3})^{-3}$
3. Решить уравнения:
 - 1) $\sqrt{36 - x} = 17$; 2) $\sqrt{7x + 8} = \sqrt{24 - x}$;
 - 3) $\sqrt{x + 25} = x - 5$
 - 4) $\sqrt{x + 7} + \sqrt{x - 2} = 9$
4. Найдите функцию, обратную к функции
 $y = 3(x + 6)^{-1}$.
Указать её область определения и множество значений.
5. Решить неравенство $\sqrt{x^2 - 3x + 2} > x + 3$.

Контрольная работа №3
«Показательная функция»

Вариант 1

1. Сравните числа: $\left(\frac{3\sqrt{7}-1}{7}\right)^{-\frac{3}{5}}$ и $\left(\frac{3\sqrt{7}-1}{7}\right)^{-\frac{2}{5}}$.
2. Решить уравнение: 1) $\left(\frac{1}{216}\right)^x = \sqrt[3]{36}$; 2) $2^{3x} + 2^{3x-1} + 2^{3x-2} + 2^{3x-3} = 120$.
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y - 24 = 0 \\ 2^y \cdot 3^x - 54 = 0 \end{cases}$
4. Решить неравенства:
1) $0,5^{(x^2+x-2)(3-x)} > 1$; 2) $2^x \cdot 5^{1-x} + 2^{x+1} \cdot 5^{-x} > 2,8$.
5. Решить уравнение $2^{4x} - 7 \cdot 4^x \cdot 3^{x-1} + 4 \cdot 3^{2x-1} = 0$.

Вариант 2

1. Сравните числа: $\left(\frac{-5+2\sqrt{30}}{6}\right)^{-\frac{3}{10}}$ и $\left(\frac{-5+2\sqrt{30}}{6}\right)^{-\frac{3}{11}}$
2. Решить уравнение: 1) $3^{\frac{1}{2}(x-5)} = 3\sqrt{3}$; 2) $4 \cdot 3^{2x} - 2^{2x-1} - 3^{2x+1} - 4^x = 0$.
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 64^{2x} + 64^{2y} = 12 \\ 64^{x+y} = 4\sqrt{2} \end{cases}$
4. Решить неравенства:
1) $(0,4)^{2x^2-3x+6} < 0,4^5$; 2) $9^{x-1} - 3^{x-2} - \frac{2}{3} \geq 0$.
5. Решить уравнение $2 \cdot 81^{x+1} - 36^{x+1} - 3 \cdot 16^{x+1} = 0$.

Контрольная работа по №4
«Логарифмическая функция»

Вариант 1

1. Вычислить:

1) $\log_{3\sqrt{2}} \frac{1}{18}$; 2) $3^{0,4 \log_3(4\sqrt{2})}$; 3) $2\log_{\frac{1}{5}} 10 - \log_{\frac{1}{5}} 28 + \frac{3}{2} \log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{49}$.

2. В одной системе координат схематически построить графики функций

$$y = \log_{\frac{1}{5}} x \text{ и } y = \left(\frac{1}{5}\right)^x.$$

3. Сравнить числа $\log_3 8,1$ и 2.

4. Решить уравнение $\log_{0,5} \frac{10}{7-x} = \log_{0,5} x$.

5. Решить неравенство $\log_3^2(x-1) - 2\log_3(x-1) \leq -1$

6. Решить уравнение $\log_2(x+1) + 2\log_4(x+5) = 8 + \log_{\frac{1}{2}} 8$.

7. Решить уравнение $2\log_5 x + \log_{\sqrt{x}} x - \log_{\frac{1}{5}} x = 8$.

8. Решить неравенство $\log_{x^2-3}(4x+7) > 0$.

Вариант 2

1. Вычислить: 1) $\log_{2\sqrt{3}} \frac{1}{12}$; 2) $6^{\frac{2}{7} \log_6(8\sqrt{2})}$; 3) $\frac{5}{3} \log_{\frac{2}{3}} \sqrt[5]{8} - 3 \log_{\frac{2}{3}} 3 + \frac{1}{2} \log_{\frac{2}{3}} 36$.

2. В одной системе координат схематически построить графики функций

$$y = \log_5 x \text{ и } y = 5^x.$$

3. Сравнить числа 3 и $\log_{\frac{1}{3}} 0,05$.

4. Решить уравнение $\log_2 \frac{2}{x-1} = \log_2 x$.

5. Решить неравенство $\log_{\frac{2}{5}}^2(x+3) + 4\log_{\frac{1}{5}}(x+3) \leq -4$.

6. Решить уравнение $\log_3(x-1) + 2\log_9(17+x) = 7 + \log_{\frac{1}{3}} 9$.

7. Решить уравнение $\log_3 x + \log_{\sqrt{x}} x - \log_{\frac{1}{3}} x = 6$.

8. Решить неравенство $\log_4 x - \log_x 4 \leq \frac{3}{2}$.

Контрольная работа №5
«Тригонометрические формулы»

Вариант 1

1. Вычислить: 1) $\sin 735^\circ$; 2) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}$
2. Вычислить $\cos(60^\circ + \alpha)$, если $\sin \alpha = 0,6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
3. Упростить выражения:
1) $\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\cos(\alpha + \beta)} \cdot \cos \alpha \sin \beta$; 2) $\frac{\sin 2\alpha - 2 \cos 2\alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha) \cos^2 \alpha} - \frac{2(\sin \alpha - \cos \alpha)}{\cos 2\alpha}$
4. Решите уравнение:
1) $1 - 2\sin^2 2x = 0$;
2) $\sin^4 2x - \cos^4 4x = 0$;
3) $2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sqrt{2} \sin x = -\sqrt{2}$;
4) $(\sin 3x - 1)(\sin 3x + 1) = \sin 3x - \cos^2 3x$.
5. Доказать тождество: $\frac{\cos \alpha - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}{2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} \sin \alpha} = -\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha$

Вариант 2

1. Вычислить: 1) $\sin 375^\circ$; 2) $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{12}$
2. Вычислить $\cos(30^\circ + \alpha)$, если $\cos \alpha = -0,6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
3. Упростить выражения:
1) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{\cos(\alpha - \beta)} \cdot \sin \alpha \sin \beta$; 2) $\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$
4. Решите уравнение:
1) $2\cos^2 3x - 1 = 0$;
2) $\cos^4 5x - \sin^4 5x = 0$;
3) $\sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \frac{3}{2} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
4) $1 - 3\sin^2 3x = \sin 3x - 3(1 - \cos 3x)(1 + \cos 3x)$
5. Доказать тождество:
$$\frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \sqrt{3} \sin \alpha} = -\sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha.$$

Контрольная работа №6
«Тригонометрические уравнения»

Вариант 1

1. Решить уравнение:

1) $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$; 2) $2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \sqrt{2} = 0$.

2. Найти решение уравнения $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$

3. Решить уравнение:

1) $\sin^2(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$;

2) $3\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$;

3) $6 \cos 2x + 8 = 7 \sin 2x - 8\cos^2 x$;

4) $\cos 6x + 6 \cos 2x = 0$.

Вариант 2

1. Решить уравнение:

1) $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$; 2) $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} = 0$.

2. Найти решение уравнения $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$ на отрезке $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

3. Решить уравнение:

1) $\cos^2(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$;

2) $\sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 6\cos^2 x = 0$;

3) $2 \cos 2x + 6 = 8 \sin 2x - 5\cos^2 x$;

4) $\sin 3x - 7 \sin x = 0$.