ЧОУ «Тверская епархиальная православная средняя общеобразовательная школа во имя свт. Тихона Задонского»

Дидактический материал по математике

Контрольные работы по алгебре и началам анализа для 11 класса

(профильный уровень)

Составитель:

Учитель О.В. Арчакова

2021 г.

Данный дидактический материал может быть использован к учебнику Алгебра и начала анализа: 11 класс: автор - Ш.А.Алимов.

Дидактический материал в себя включает 6 диагностических контрольных работ, содержание которых полностью соответствует изученным темам. Каждая контрольная работа представлена в 2 параллельных вариантах равной трудности (профильный уровень). Время выполнения – один урок.

В дидактическом материале, который входит в УМК данного учебника, представлены варианты профильного уровня. Этот материал позволит проверить знания учеников, которые планирую сдавать ЕГЭ по математике на профильном уровне.

Контрольные работы были опробованы в 11 классе.

При составлении дидактического материала использовалась следующая учебно-методическая литература:

1. Математика: алгебра и начала математического анализа: 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / Ш.А.Алимов, - 7-е изд., дораб, - М.: Просвещение, 2020 г.
2. Математика: алгебра и начала математического анализа: дидактические материалы: базовый и углубл. уровни / М.А.Шубин, М.: Просвещение, 2020 г.
3. Математика: алгебра и начала математического анализа: тематические тесты: базовый и углубл. уровни / М.В.Ткачев, М.: Просвещение, 2020 г.

Контрольная работа №1

«Тригонометрические функции»

Вариант 1

1. Найти область определения и множество значений функции $y = \sin x + 2$.

2. Выяснить, является ли функция $y = \frac{2sin^4x+3cos^2x}{2cos^4x+sin^2x}$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.

3. Изобразите схематически график функции $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{1}{sin^2x+\cos x+2}$.

1. Построить график функции $y = tg\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. При каких значениях x функция принимает положительные значения? Возрастает?

Вариант 2

2. Найти область определения и множество значений функции $y = \cos x + 3$.

3. Выяснить, является ли функция $y = \frac{2cos^4x+sin^2x}{2sin^4x+3cos^2x}$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.

4. Изобразите схематически график функции $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{sin^6x+cos^6x}{cos^4x+sin^4x}$.

6. Построить график функции $y = tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$. При каких значениях x функция принимает положительные значения? Возрастает?

Контрольная работа №2

«Производная и её геометрический смысл»

Вариант 1

1. Найти производную функции:

   1)$\frac{5}{x}+\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}$; 2) $\frac{1}{\sqrt[6]{\left(\frac{x}{3}+2\right)^5}}$; 3) $e^x\sqrt{4-2x}$; 4) $\frac{5^{2x}}{\sin 3x+7}$.

2. Найти значение производной функции $y=e^{3x}(3-2x)$ в точке $x_0=0$.
3. Записать уравнение касательной к графику функции $f(x)=\sin 2x$ в точке $x_0=-\frac{\pi}{6}$.
4. Найти значение *x*, при которых значения производной функции $f(x)=ln(3x)-\sqrt{3x}$ положительны..
5. Найти точки графика функции $f(x)=\sqrt{5x+1}$, в которых касательная к нему имеет коэффициент $k=\frac{5}{8}$.
6. Найти производную сложной функции:

   1)$0{,}3^{lnx+5}$; 2) $\sqrt[3]{log_{0,1}x}$.

Вариант 2

1. Найти производную функции:

   1)$\frac{7}{\sqrt[4]{x}}-\frac{3}{x}$; 2) $\frac{1}{\sqrt[4]{\left(\frac{x}{2}-3\right)^3}}$; 3) $e^{2x}\sqrt{2x-3}$; 4) $\frac{e^{0,5x}}{\cos 2x-5}$.

2. Найти значение производной функции $y=e^{2x}(5-3x)$ в точке $x_0=0$.
3. Записать уравнение касательной к графику функции $f(x)=\cos 2x$ в точке $x_0=-\frac{\pi}{12}$.
4. Найти значение *x*, при которых значения производной функции $f(x)=\sqrt{2x}-ln(2x)$ положительны.
5. Найти точки графика функции $f(x)=\sqrt{3x+1}$, в которых касательная к нему имеет коэффициент $k=\frac{3}{4}$.
6. Найти производную сложной функции:

   1)$0{,}2^{lnx+3}$; 2) $\sqrt[5]{log_{\pi}x}$.

Контрольная работа №3

«Применение производной к исследованию функций»

Вариант 1

1. Найти стационарные точки функции: $f(x) = 2cos^2x - 2sin^2x$.
2. Найти экстремумы функции:

   1) $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 17$; 2) $f(x) = \frac{x^5}{3x+2}$
3. Найти интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = \frac{x^2-x+3}{x^2}$.
4. Построить график функции $f(x) = \frac{e^x}{x^2+1}$ на отрезке $[-1; 3]$.
5. Найти наибольшее значение функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2(1-x)}$ на интервале $(0; 1)$.
6. Открытая сверху коробка объемом 36 дм^3 имеет форму прямоугольного параллелепипеда с отношением сторон основания 1 : 2. Какой должна быть меньшая сторона основания коробки, чтобы на изготовление коробки ушло наименьшее количество материала?

Вариант 2

1. Найти стационарные точки функции: $f(x) = \sin x \cdot \cos x$.
2. Найти экстремумы функции:

   1) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 19$; 2) $f(x) = \frac{x^3}{2x-3}$
3. Найти интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = \frac{x^2+x-3}{x^2}$.
4. Построить график функции $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ на отрезке $[-1; 3]$.
5. Найти наибольшее значение функции $f(x) = \sqrt[3]{(x^2-4x+5)^{-1}}$ на интервале $(-1; 5)$.
6. Отливка объемом 72 дм^3 имеет форму прямоугольного параллелепипеда с отношением сторон 1 : 2. При каких размерах отливки площадь ее полной поверхности будет наименьшей?

Контрольная работа по №4

«Первообразная и интеграл»

Вариант 1

1. Показать, что функция $F(x)$ – первообразная функции $f(x)$ на всей числовой прямой.
   $F(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{2}\cos 2x$, $f(x) = e^{\frac{x}{2}} + \sin 2x$.
2. Найти первообразную $F(x)$ функции $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$, график которой проходит через точку M(1; - 2).
3. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x = 0, x = 3$, графиком функции $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ и осью *Ox*.
4. Вычислить интеграл:
   1) $\int_1^4 \frac{x^2+1}{\sqrt{x}}dx$; 2) $\int_1^2 \frac{x^2+4}{x+2}dx$; 3) $\int_1^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin 3x\, dx$
5. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями $y = 8x - x^2 - 7$ и $y = x + 3$.
6. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 12$ и касательными к ней, проведенными из точки *A(0; 3)*.

Вариант 2

1. Показать, что функция $F(x)$ – первообразная функции $f(x)$ на всей числовой прямой.
   $F(x) = -3e^{\frac{x}{3}} + \frac{1}{4}\sin 4x$, $f(x) = -e^{\frac{x}{3}} + \cos 4x$.
2. Найти первообразную $F(x)$ функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{X}} - \frac{2}{x}$, график которой проходит через точку M(1; - 3).
3. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x = 2, x = 4$, графиком функции $f(x) = \frac{2x^2}{x+1}$ и осью *Ox*.
4. Вычислить интеграл:
   1) $\int_1^4 \frac{x+3}{x\sqrt{x}}dx$; 2) $\int_2^3 \frac{x^2+3}{x+1}dx$; 3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cos 3x\, dx$
5. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями $y = 8x - x^2 - 2$ и $y = x + 8$.
6. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 11$ и касательными к ней, проведенными из точки *A(0; 3)*.

Контрольная работа №5

«Комбинаторика»

Вариант 1

1. Найти значение выражения:
   1)$\frac{4!8!}{6!7!}$; 2) $\left(\frac{C_{10}^{7}}{3}+\frac{C_{6}^{2}}{6}\right)\cdot\frac{P_4}{A_5^4}$
2. Записать разложение бинома: 1)$\left(4b-\frac{1}{4}\right)^4$; 2) $\left(1+\sqrt{6}\right)^6$.
3. Решить уравнение: 1)$A_{m+1}^5=30\cdot A_{m-1}^4$; 2) $C_{4m+3}^{4m+1}=105$
4. Сколькими способами можно разместить 6 различных автомобилей в семи одноместных боксах?
5. Имеются 10 различных папок с документами. За каждой папкой закрепляют свой номер таким образом, что номер должен быть трехзначным с различными цифрами, выбираемыми из набора 1, 3, 5, 7, 9. Сколькими способами могут быть пронумерованы имеющиеся 10 папок?
6. Шифр в камере хранения состоит из букв, выбираемых из 10 гласных русского алфавита, и четырехзначного числового кода(буквы и цифры в шифре могут повторятся, числовой код 0000 тоже возможен). Сколько различных шифров можно использовать в этой камере хранения?

Вариант 2

1. Найти значение выражения:
   2)$\frac{9!5!}{7!6!}$; 2) $\left(\frac{C_{10}^{7}}{3}+\frac{C_{6}^{2}}{6}\right)\cdot\frac{P_4}{A_5^4}$
2. Записать разложение бинома: 1)$\left(\frac{1}{3}-3x\right)^4$; 2) $\left(\sqrt{3}+1\right)^6$
3. Решите уравнение: 1)$A_m^4=14\cdot A_{m-2}^3$; 2) $C_{5m+2}^{5m}=66$.
4. Сколькими способами 5 различных подарочных наборов можно разместить в шести имеющихся коробках (в коробку помещается не более одного набора)?
5. Строительная фирма подготовила к продаже 8 щитовых домов. В качестве подарочной акции было принято решение утеплить три произвольно выбранных дома. В наличии имелись утеплители трех различных видов. Сколькими способами можно утеплить три произвольно выбранных дома при условии, что все утепленные дома будут снабжены разными утеплителями?
6. В некотором государстве автомобильный номер составляется из трех различных букв алфавита, состоящего из 25 букв, и трех цифр (с их возможными повторами). Сколько автомобилям можно присвоить получаемые таким образом номера?

Контрольная работа №6

«Элементы теории вероятности»

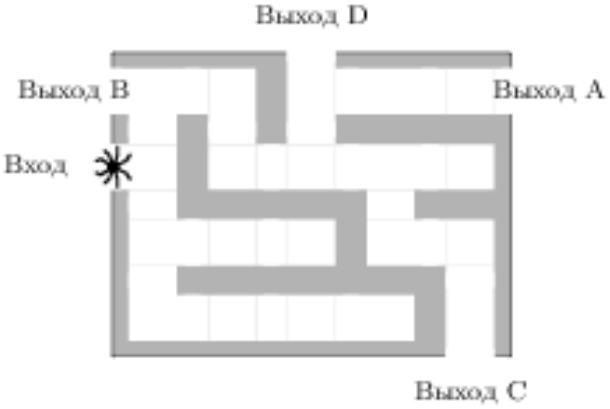
Вариант 1

1. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
2. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.
3. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
4. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).
5. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,8 °С, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 °С или выше.
6. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.
7. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?
8. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

9. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
10. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Вариант 2

1. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



2. Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?
3. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,82. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,51. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 17
4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру дня кофе останется в обоих автоматах.
5. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

6. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.
7. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
8. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.
9. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
10. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.